

## МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЧНОГО СТАНУ ТРУБЧАТИХ ЗРАЗКІВ В УМОВАХ НАВАНТАЖЕННЯ ВНУТРІШНІМ ТИСКОМ $p$ ТА ОСЬОВИМ ЗУСИЛЛЯМ $N$

Нехай, осесиметрична оболонка знаходиться під дією внутрішнього тиску  $p$  та розтягуючого зусилля  $N$ . З рівняння Лапласа  $\frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_z}{\rho_z} = \frac{p}{h}$  для циліндричної оболонки

( $\rho_z = \infty$ ,  $\rho_\theta = R_\theta$ ) отримується вираз для колового напруження  $\sigma_\theta = \frac{pR_\theta}{h}$ . Меридіальне напруження має дві складових:  $\sigma_z = \sigma_z^N + \sigma_z^p$ , де  $\sigma_z^p$  - осьова складова сил тиску  $p$ .

Складові напруження  $\sigma_z$  знаходимо за формулами:  $\sigma_z^N = \frac{N}{2\pi R_\theta h}$ ,  $\sigma_z^p = \frac{\left(R_\theta - \frac{h}{2}\right)^2 p}{2R_\theta h}$ ,

тому остаточно отримаємо систему, що визначає два головні напруження (вважаємо  $\sigma_r = 0$ ):

$$\begin{cases} \sigma_\theta = \frac{p\left(R_\theta - \frac{h}{2}\right)}{h} \\ \sigma_z = \frac{N}{2\pi R_\theta h} + \frac{\left(R_\theta - \frac{h}{2}\right)^2 p}{2R_\theta h} \end{cases} \quad (1).$$

Для великих пластичних деформацій, коли навантаження супроводжується суттєвою зміною розмірів, із системи (1) для  $p$  та  $N$  отримаємо:

$$\begin{cases} p = \frac{\sigma_\theta h(1 + \varepsilon_r)}{R_\theta(1 + \varepsilon_\theta) - \frac{h}{2}(1 + \varepsilon_r)} \\ N = 2\pi R_\theta(1 + \varepsilon_\theta)h(1 + \varepsilon_r) \left( \sigma_z - \frac{\left(R_\theta(1 + \varepsilon_\theta) - \frac{h}{2}(1 + \varepsilon_r)\right)^2 p}{2R_\theta(1 + \varepsilon_\theta)h(1 + \varepsilon_r)} \right) \end{cases} \quad (2)$$

Умовами втрати стійкості процесу пластичного деформування є  $dp = 0$  та  $dN = 0$ .

Із системи (2), знайшовши повні диференціали обидвох виразів та прирівнявши їх до нуля, вважаючи відношення  $(1 + \varepsilon_r)/(1 + \varepsilon_\theta)$  близьким до одиниці та ввівши позначення  $h/R_\theta = \mu$ , отримаємо умови настання граничного стану трубчатих зразків, навантажених внутрішнім тиском та осьовим зусиллям:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \frac{d\sigma_\theta}{\sigma_\theta} - \frac{d\varepsilon_\theta}{1 + \varepsilon_\theta} + \frac{d\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} &= 0, \\ d\sigma_z + \left(\sigma_z + \frac{p}{2}\left(1 - \frac{2}{\mu}\right)\right) \frac{d\varepsilon_\theta}{1 + \varepsilon_\theta} + \left(\sigma_z + \frac{p}{2}(1 - \mu)\right) \frac{d\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} &= 0. \end{aligned}$$

Отримані диференціальні рівняння дають можливість прогнозувати настання граничного стану при деформуванні трубчастих зразків в умовах великих пластичних деформацій.